MPH-04

December - Examination 2016

M.Sc. (Previous) Physics Examination

Classical Electro Dynamics and Special Theory of Relativity

चिरसम्मत विद्युतगतिकी तथा सापेत्तिकता का विशिष्ट सिद्धांत

Paper - MPH-04

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English Version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. Calculators are not allowed.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अन्तिम माना जायेगा। प्रश्न पत्र शुरू करने से पूर्व प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच ले। केलकुलेटर की अनुमति नहीं है।

Section - A $8 \times 2 = 16$

(Very Short Answer Questions)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड – 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) Gauss law is written as

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 E_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta E_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial E_\phi}{\partial\phi} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Electric field is given as $\vec{E} = \frac{1}{r^2}\hat{r} + r\cos\phi\sin\theta\hat{\theta}$

Find the volume charge density.

गाउस का नियम निम्न तरह से दिया जाता है

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 E_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta E_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial E_\phi}{\partial\phi} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

विद्युत क्षेत्र $\vec{E} = \frac{1}{r^2}\hat{r} + r\cos\phi\sin\theta\hat{\theta}$ है। आयतन आवेश घनत्व ज्ञात कीजिए।

(ii) Instantaneous Electric field and Magnetic field are given as $\vec{E} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ and $\vec{B} = -4\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ Calculate the instantaneous power radiated per unit area using Poynting vector. All units are in SI.

तात्क्षणिक विद्युतक्षेत्र व चुम्बकीय क्षेत्र निम्न है $\vec{E} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ तथा $\vec{B} = -4\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पॉयन्टिग सदिश का उपयोग करते हुए प्रति इकाई क्षेत्रफल से उत्सर्जित तात्क्षणिक शक्ति की गणना करें। यहाँ सभी इकाइयाँ SI में हैं।

(iii) Velocity dependent potential is U, then corresponding force is given by $F_q = \frac{\partial U}{\partial q} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial U}{\partial \dot{q}}\right)$. Find the force F_x corresponding to $U = ax^2 + b\dot{x}^2$

वेग पर निर्भर विभव U है तथा इसके संगत बल $F_q = \frac{\partial U}{\partial q} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial U}{\partial \dot{q}}\right)$ है तो $U = ax^2 + b\dot{x}^2$ के संगत बल F_x ज्ञात करें।

(iv) Magnetic vector potential is $\vec{A} = 2y\hat{i} + 3z^2\hat{j}$, Find the corresponding magnetic field.

चुम्बकीय सदिश विभव $\vec{A} = 2y\hat{i} + 3z^2\hat{j}$ है तो संगत चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करें।

(v) Find the divergence of magnetic field $2xy^2\hat{i} - 3\hat{j} - 2y^2z\hat{k}$. Also give its physical meaning related to term magnetic monopole.

चुम्बकीय क्षेत्र $2xy^2\hat{i} - 3\hat{j} - 2y^2z\hat{k}$ का अपसरण ज्ञात करें। चुम्बकीय एकलध्रुव से सम्बन्धित इसका भौतिक महत्त्व बताएँ।

(vi) A medium has relative permeability 0.74. What is the value of magnetic susceptibility of medium?

एक माध्यम की सापेक्षिक पारगम्यता 0.74 है तो माध्यम की चुम्बकीय प्रवृत्ति का मान क्या होगा?

(vii) In free space following relation for electromagnetic potentials is written $\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{A} = 0$ Write the name of this condition.

विद्युतचुम्बकीय विभवों के सम्बन्ध में मुक्त आकाश में निम्न सम्बन्ध लिखा जाता है $\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{A} = 0$ इस शर्त का नाम लिखें।

(viii) An electromagnetic wave is moving in z direction in wave guide. If x and y components of magnetic field are non zero and z component vanishes, whereas electric field has all three components non zero. What type of is this mode for given waveguide?

एक विद्युत चुम्बकीय तरंग एक तरंग पथक में z दिशा में गति कर रही है। यदि चुम्बकीय क्षेत्र के x तथा y घटक अशून्य है तथा z घटक शून्य है। जबकि विद्युत क्षेत्र के तीनों घटक अशून्य हैं तो दी गई तरंगपथक के लिए यह किस प्रकार की विधा है?

Section - B $\quad 4 \times 8 = 32$

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड – ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) The xy plane is a grounded conductor. Here on z axis a charge +2q lies at $z = +3d$ and charge –q lies at $z = +d$. Calculate the electrostatic force on the charge +2q using image method.

तल xy भूसम्पर्कित चालक है। यहाँ z अक्ष पर आवेश +2q स्थिति $z = +3d$ है तथा आवेश –q स्थिति $z = +d$ पर विद्यमान है तो आवेश +2q पर स्थिरवैद्युत बल की गणना प्रतिबिम्ब विधि से कीजिए।

3) Discuss the magnetic shielding for spherical shell of permeable material in a uniform magnetic field.
एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में पारगम्य पदार्थ के गोलीय कोश के लिए चुम्बकीय प्रतिरक्षण की विवेचना करें।

4) Three point charges $+q$, $+2q$ and $-q$ are each placed at distance 'b' from the origin at $(b,0,0)$, $(0,b,0)$ and $(0,0,b)$ respectively. Find monopole moment dipole moment of the system of these three charges and also find the electric potential at the origin.
तीन बिन्दु आवेश $+q$, $+2q$ तथा $-q$ मूल बिन्दु से प्रत्येक दूरी पर $(b,0,0)$, $(0,b,0)$ तथा $(0,0,b)$ पर क्रमश: रखे जाते हैं। इन तीन आवेशों के निकाय का एकल ध्रुव आघूर्ण, द्विध्रुव आघूर्ण ज्ञात करें तथा मूलबिन्दु पर विद्युत विभव भी ज्ञात करें।

5) A small magnetic dipole placed at the origin has magnetic moment $\vec{m} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$. Find the magnetic vector potential at position $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. You can take $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Here all units are taken in S.I.
एक छोटे चुम्बकीय द्विध्रुव जो कि मूल बिन्दु पर है इसका चुम्बकीय आघूर्ण $\vec{m} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ है। स्थिति $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ पर चुम्बकीय सदिश विभव ज्ञात करें। यहा $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ले सकते हैं। यहाँ सभी इकाइयाँ S.I. में है।

6) In a medium, magnetization (magnetic moment per unit volume) vector is given as $\vec{M} = -2y\hat{i} + 2x\hat{j} + 3x\hat{k}$
Find
   (i) bound volume current density and
   (ii) bound surface current density at the surface. Here unit normal vector to the plane of surface is $\hat{n} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

माध्यम में चुम्बकन सदिश (चुम्बकीय आघूर्ण प्रति इकाई आयतन) निम्न दिया जाता है:-

$\vec{M} = -2y\hat{i} + 2x\hat{j} + 3x\hat{k}$

निम्न ज्ञात करें

(i) बद्ध आयतन धारा घनत्व

(ii) सतह पर बद्ध धारा घनत्व। यहाँ सतह के तल के लम्बवत सदिश $\hat{n} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ है।

7) Charge density of a system in rest frame A is $4C/m^3$. Another frame B is moving with $\frac{3\sqrt{3}}{2} \times 10^8\ m/s$. Using appropriate steps find the charge density as observed in frame B.

विराम निर्देशतंत्र A में निकाय का आवेश घनत्व $4C/m^3$ है। अन्य निर्देश तंत्र B वेग $\frac{3\sqrt{3}}{2} \times 10^8\ m/s$ से गति कर रहा है। निर्देश तंत्र B में प्रेक्षित आवेश घनत्व को उचित पदों का उपयोग करते हुए ज्ञात करें।

8) Using Maxwell equation (with Ampere's correction), find the curl of magnetic field $\vec{B}$ in a space where volume current density is $(\alpha\hat{i} + \beta\hat{j})$ sin $(\omega t - kz)$ and electric field $(a\hat{i} + b\hat{j})$ cos $(\omega t - kz)$ where $\alpha, \beta, a, b, \omega, k$ are constants.

मेक्सवेल के समीकरण (एम्पियर संशोधन के साथ) का उपयोग करते हुए चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ का कर्ल उस जगह ज्ञात करें जहाँ आयतन आवेश घनत्व $(\alpha\hat{i} + \beta\hat{j})$ sin $(\omega t - kz)$ तथा विद्युत क्षेत्र $(a\hat{i} + b\hat{j})$ cos $(\omega t - kz)$ है। यहा $\alpha, \beta, a, b, \omega, k$ अचर है।

9) A sphere has volume charge density $p = \alpha r^2$, where α is constant and r is the distance from the center of the sphere. Radius of the sphere is R. Use Gauss's law to find the electric field inside the sphere.

एक गोले का आयतन आवेश घनत्व $p = \alpha r^2$ है जहा α एक अचर है तथा गोले के केन्द्र से दूरी r है गोले की त्रिज्या R है। गोले के भीतर गाउस के नियम से विद्युत क्षेत्र ज्ञात करें।

Section - C $\quad 2 \times 16 = 32$

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड – स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) (i) Gradient in spherical coordinates is given as $\vec{\nabla} \equiv \left(\hat{r}\frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi} \right)$ Electric potential is $V = \frac{b}{r}\cos\phi\,(1 + 2\sin\theta)$ where b is constant. Find the expression for electric field. Also calculate the electric field at point $\left(1, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right)$

(ii) A radially dependent volume charge density between the region of two concentric right circular cylinders is given as $p = br$ where b is constant. Assume that electrostatic potential V depends only on radial coordinates and it is independent of cylindrical coordinates ϕ and z. In cylindrical coordinates $\nabla^2 V = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right)$. Using Poisson equation and integration, find the expression for potential V. You can assume arbitrary constants wherever required.

(i) गोलीय ध्रुवीय निर्देशांक में प्रवणता निम्न है

$$\vec{\nabla} \equiv \left(\hat{r}\frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\right)$$

विद्युत विभव $V = \frac{b}{r}\cos\phi\,(1 + 2\sin\theta)$ है जहाँ b एक अचर है। विद्युत क्षेत्र का व्यंजक ज्ञात करें तथा बिन्दु $\left(1, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right)$ पर विद्युत क्षेत्र की गणना करें।

(ii) दो समाक्षीय बेलनों के मध्य त्रिज्यीय निर्भरतावाला आयतन आवेश घनत्व $p = br$ द्वारा दिया जाता है जहाँ b अचर है। यह मानिए कि स्थिर वैद्युत विभव V केवल त्रिज्यीय निर्देशांको पर निर्भर करता है तथा यह बेलनाकार निर्देशांको ϕ तथा z से स्वतन्त्र है। बेलनाकार निर्देशांक में $\nabla^2 V = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right)$ पाइसन समीकरण तथा समाकल के उपयोग से विभव V का व्यंजक ज्ञात करें। जहाँ आवश्यक हो वहाँ स्वेच्छ चर मान सकते हैं।

11) (i) A plane electromagnetic wave has electric field $\vec{E} = E_0 \sin(\omega t - kz)\hat{i}$ in free space. Find the corresponding magnetic field.

(ii) Consider the hypothetical situation in which dispersion relation for a electromagnetic wave is given as $\omega = ak + 3bk^{2/3}$. Find the ratio of phase velocity of wave to group velocity of wave packet.

(iii) An electron is moving with velocity $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}\ m/s$ in uniform field in which electric field and magnetic fields are $2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}\ N/C$ and $2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ Tesla respectively. Find the Lorentz force acting on the electron.

(iv) Prove that three dimensional volume element $dxdydz$ is not Lorentz invariant.

(i) मुक्त आकाश में समतल विद्युतचुम्बकीय तरंग का विद्युतक्षेत्र $\vec{E} = E_0 \sin(\omega t - kz)\hat{i}$ है। संगत चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करें।

(ii) एक काल्पनिक स्थिति पर विचार कीजिए जिसमें विद्युतचुम्बकीय तरंग का परिक्षेपण सम्बन्ध $\omega = ak + 3bk^{2/3}$ है। तरंग के कला वेग का तरंग पैकेट के समूहवेग के साथ अनुपात ज्ञात करें।

(iii) एक इलेक्ट्रान वेग $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}\ m/s$ के साथ एक समान क्षेत्र में गतिमान है जहाँ विद्युत क्षेत्र व चुम्बकीय क्षेत्र क्रमश:
$2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}\ N/C$ तथा $2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ टेसला है। इलेक्ट्रान पर कार्यरत लारेन्ज बल ज्ञात करें।

(iv) त्रिविमिय आयतन अवयव $dxdydz$ लारेन्ज निश्चर नहीं है इसे सिद्ध करें।

12) (i) In a certain material for which $\mu = 3\mu_0$ and field $\vec{H} = (-2\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k})\ \sin(\omega t)\ A/m$ where frequency f is 2 Hertz and ω is angular frequency and $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$. Magnetic energy density is given by $U = \frac{1}{2\mu} B^2$ where

symbols have usual meanings. Calculate the magnetic energy density at time $t = \frac{3}{8}$ sec. Here all units are in S.I.

(ii) Using Maxwell's equations in free space, derive the wave equation for electric field. From the above wave equation interpret the speed of wave. Take here current density $\vec{J} = 0$ and charge density $\rho = 0$.

(i) एक किसी पदार्थ के लिए $\mu = 3\mu_0$ है तथा क्षेत्र $\vec{H} = (-2\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}) \sin(\omega t)\ A/m$ है तथा आवृत्ति f का मान 2 Hertz है ω कोणीय आवृत्ति है तथा $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ है। चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व निम्न $U = \frac{1}{2\mu} B^2$ द्वारा दिया जाता है जहां चिन्हों के प्रचलित अर्थ हैं। यहाँ सभी इकाईयाँ S.I. में हैं तो समय $t = \frac{3}{8}$ सेकण्ड पर चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व ज्ञात कीजिए।

(ii) मुक्त आकाश में मेक्सवेल समीकरणों का उपयोग करते हुए विद्युत क्षेत्र के लिए तरंग समीकरण व्युत्पन्न करें। इस तरंग समीकरण से तरंग चाल बताएँ। यहाँ धारा घनत्व $\vec{J} = 0$ तथा आवेशघनत्व $\rho = 0$ है।

13) (i) For electromagnetic potential is given by

$\phi = ax\hat{i} + by\hat{j} + cz\hat{k}$ and $A = (\alpha\hat{i} + \beta\hat{j}) \cos(kx - \omega t)$. Here symbols have usual meanings and $a, b, c, \alpha, \beta, k, \omega$ are constants. Find the electric field and magnetic field corresponding to above potentials.

(ii) A sphere of radius R has volume charge density $\rho(r, \theta, \phi) = \frac{a}{r}(R + br^2)$ where a, b are contants and r, θ, ϕ are the spherical coordinates and centre of the sphere is at origin. You can sonsider in spherical polar coordinates

volume element $dV = r^2 \sin\theta d\theta d\phi dr$. Find the monopole moment, dipole moment and quadrupole moment of the system.

(i) विद्युतचुम्बकीय विभव निम्न हैं–

$\phi = ax\hat{i} + by\hat{j} + cz\hat{k}$ तथा $A = (\alpha\hat{i} + \beta\hat{j})\cos(kx - \omega t)$

यहा चिन्हों के सामान्य प्रचलित अर्थ हैं यहाँ $a, b, c, \alpha, \beta, k, \omega$ अचर हैं इन विभवों के संगत विद्युत क्षेत्र तथा चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

(ii) त्रिज्या R के गोले का आयतन आवेश $\rho(r, \theta, \phi) = \frac{a}{r}(R + br^2)$ है जहाँ a, b अचर है तथा r, θ, ϕ गोलीय ध्रुवीय निर्देशांक हैं तथा गोले का केन्द्र मूल बिन्दु है। गोलीय ध्रुवीय निर्देशांक में आयतन अवयव $dV = r^2 \sin\theta d\theta d\phi dr$ है। एकल ध्रुव आघूर्ण, द्विध्रुव आघूर्ण तथा चतुर्ध्रुव आघूर्ण निकाय का ज्ञात करें।

———